Numara :
Ad Soyad :

Otomata Teorisi ve Biçimsel Diller dersi final sınavı (2014-2015 Güz)

(Boş yerleri müsvedde olarak kullanabilirsiniz, cevaplarınızı lütfen ilgili kutucuğa sığdırınız.)

1. (25P) L={$1^m0^n1^{m-n}$ | $m \geq n>0$} şeklinde tanımlanan dili iki teypli deterministik Turing makinesiyle ve alfabeye en fazla bir harf ekleyerek tasarlayınız.

$q_0 1\# \rightarrow q_0 11RR$
$q_0 0\# \rightarrow q_0 00RR$
$q_0 \#\# \rightarrow q_1 \#\#LL$

$q_1 11 \rightarrow q_1 11LL$
$q_1 00 \rightarrow q_1 00LL$
$q_1 \#\# \rightarrow q_2 \#\#RR$

$q_2 00 \rightarrow q_{Reject}$
$q_2 11 \rightarrow q_2 11NR$
$q_2 10 \rightarrow q_3 10NN$
$q_2 \#\# \rightarrow q_{Reject}$

$q_3 00 \rightarrow q_{Reject}$
$q_3 01 \rightarrow q_{Reject}$
$q_3 0\# \rightarrow q_{Accept}$
$q_3 11 \rightarrow q_4 \#\#RR$
$q_3 10 \rightarrow q_3 \#\#RR$
$q_3 1\# \rightarrow q_{Reject}$
$q_3 \#0 \rightarrow q_{Reject}$
$q_3 \#1 \rightarrow q_{Reject}$
$q_3 \#\# \rightarrow q_{Reject}$

$q_4 00 \rightarrow q_{Reject}$
$q_4 01 \rightarrow q_{Reject}$
$q_4 0\# \rightarrow q_{Accept}$
$q_4 11 \rightarrow q_4 \#\#RR$
$q_4 10 \rightarrow q_{Reject}$
$q_4 1\# \rightarrow q_{Reject}$
$q_4 \#0 \rightarrow q_{Reject}$
$q_4 \#1 \rightarrow q_{Reject}$
$q_4 \#\# \rightarrow q_{Reject}$

2. (25P) L={n^2 | n reel bir sayı} ise L dilini karar verilebilirlik yönünden yorumlayınız.

- Kantor'un köşegen probleminden reel sayılar kümesinin sayılabilir olmadığını,
- Sayılabilir kümelerin numaralandırılabilir diller ile temsil edildiğini,
- Diğer taraftan numaralandırılamaz dillerin karar verilemez diller olduğunu biliyoruz.
- Reel sayılar kümesinin kardinalitesinin doğal sayılar kümesinden çok daha büyük olması dolayısıyla aynı zamanda numaralandırılamaz bir dil olduğunu yorumlayabilir,
- Buna bağlı olarak reel sayılar kümesini içeren bir dilin de karar verilemez olduğu sonucunu çıkartabiliriz.

3. (25P) $A \rightarrow aB|BAB|\varepsilon$, $B \rightarrow b|Aa$ gramer kurallarına sahip bir L dilinin *"abbbaa"* kelimesini içerip içermediğini bulunuz.

Önce kuralları numaralandıralım.

1. $A \rightarrow aB$
2. $A \rightarrow BAB$
3. $A \rightarrow \varepsilon$
4. $B \rightarrow b$
5. $B \rightarrow Aa$

Sonra da kuralları kullanarak kelimeyi türetelim.

$$A \xrightarrow{1} aB \xrightarrow{5} aAa \xrightarrow{2} aBABa \xrightarrow{5} aBAAaa \xrightarrow{2} aBABABaa \xrightarrow{3} aB\varepsilon B\varepsilon Baa$$

$$\rightarrow aBBBaa \xrightarrow{4} abbbaa$$

Türetilebildiği için L dili *"abbbaa"* kelimesini içerir.

4. (25P) KS $<_p$ HC dönüşümünü polinom zamanda tanımlayınız. (KS:KnapSack - sırt çantası problemi, HC:Hamilton Cycle ve ya gezgin satıcı problemi olarak kabul edilebilir)

KS: $\{w_i, k_i, W, K \mid i=1,2,..,n,\ \Sigma w_i=W,\ \Sigma k_i=K\}$ Farklı kalori ve ağrılıklara sahip n adet yiyecek parçasından bazılarını sırt çantasına koyunca toplam W ağırlık ve K kalori olması.

HC: Verilen bir grafta hamilton çevrimi olup olmadığını (ve ya ağırlıklı bir grafta minimum yol maliyetiyle tüm düğümlerden bir kez geçen bir çevrim) bulma.

- Sırt çantasına konacak her yiyecek parçası için bir düğüm çiz.
- Her düğümü eşleştiği yiyeceğin kalori ve ağırlık değer çiftiyle etiketle (k_i, w_i).
- Grafa iki ek (başlangıç ve bitiş) düğüm ekle.
- Her düğümden her düğüme yönlü kenarlar çiz.
- Yönü, kalorisi (veya ağırlığı) düşük düğümden yüksek olan düğüme doğru olan kenarları hedefteki düğümün etiketiyle (k_i, w_i), tersi durumda ise (0, 0) ile ağırlıklandır.
- Her düğümden bitiş düğümüne giden kenarları (-K,-W) ile ağırlıklandır.

Grafta tespit edilecek sıfır maliyetli bir çevrim, gezgin satıcı probleminin mutlak çözümü olarak kabul edilir. Bu çözümde başlangıç düğümünden bitiş düğümüne giderken üzerinden geçilen düğümlerin oluşturduğu küme de sırt çantası probleminin çözümüdür.