

X ₁	X ₂	D
2	3	1
5	4	3
1	5	4

By using least squares method, find the equation of of this problem.

$$X = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$W = (X^T X)^{-1} X^T D$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 31 \\ 31 & 50 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 \\ 35 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 30 & 31 & 21 \\ 31 & 50 & 35 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 30 & 31 & 21 \\ 1 & 19 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 539 & 399 \\ 1 & 19 & 14 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{399}{539} \\ 1 & 19 & 14 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 19 & 14 \\ 0 & 1 & 399/539 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 14 - 19x \frac{399}{539} \\ 0 & 1 & 399/539 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.065 \\ 0 & 1 & 0.74 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & w_1 \\ 0 & 1 & w_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$Y = -0.065 * X_1 + 0.74 * X_2$$

In order find MSE,

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.065 \\ 0.74 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.1 \\ 0.36 \\ 0.36 \end{bmatrix}$$

$$MSE = 0.48$$